*En los criterios específicos de corrección de Física se indica "la calificación ...**en múltiplos de 0,25 puntos**", por lo que un error resta al menos 0,25 puntos. Se comentan ideas de errores que pueden restar, a veces son fallos habituales comentados en actas EvAU. Se comentan algunos fallos genéricos y algunos asociados a movimiento ondulatorio:*
- No indicar las unidades correctamente, no pasar a SI o mezclar unidades en los cálculos.
– En la expresión de elongación, velocidad o aceleración en un instante dado para cualquier punto o en cualquier instante para un punto dado, se deben indicar unidades de función y variable.
- No indicar razonadamente por qué se toma una fase inicial concreta cuando hay varias opciones.

2016-Septiembre

A. Pregunta 2.-

a) En un movimiento armónico simple $a=-kx=-\omega^2 x$, luego, para un instante dado, si la aceleración es nula, la elongación también es nula.
b) Al ser la elongación nula en t=0 tomamos seno, y la ecuación del movimiento es $x(t)=A\,sen(\omega t+\varphi_0)$ donde la fase inicial que consigue x=0 en t=0 puede ser 0 rad ó π rad, y para elegir entre ambos valores usamos el signo de la velocidad.

La velocidad es $v(t)=\frac{dx}{dt}=A\,\omega\cos(\omega t+\varphi_0)$, y como es negativa para t=0 tenemos que la fase inicial es π rad.
En el instante inicial la velocidad es máxima y su valor es -Aω (se puede razonar que la E_p es nula y la E_c es máxima al conservarse la E_m, y también con la expresión $v(x)=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$)

$$\omega=2\pi f=2\pi\,0{,}25=\frac{\pi}{2}rad/s \qquad -5=-A\frac{\pi}{2}\Rightarrow A=\frac{10}{\pi}cm$$

La expresión matemática para la elongación es $x(t)=\frac{10}{\pi}sen(\frac{\pi}{2}t+\pi)[x\,en\,cm, t\,en\,s]$

2016-Junio

A. Pregunta 2.-

a) Si tomamos coseno, la ecuación del movimiento es $x(t)=Acos(\omega t+\varphi_0)$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{4{,}5}{2}}=1{,}5\,rad/s$$

Si en t=0 está en la posición de equilibrio, su velocidad y energía cinética es máxima, y la energía potencial nula, por lo que el dato de energía cinética es también la energía mecánica. Al no haber pérdidas la energía mecánica total es constante, y también coincide con la energía potencial máxima, con lo que averiguamos la amplitud

$$E_{cmáx}=E_m=E_{pmáx}=\frac{1}{2}k\,A^2\Rightarrow A=\sqrt{\frac{2\,E_{cmáx}}{k}}=\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}90\cdot 10^{-3}}{4{,}5}}=0{,}02\,m$$

En t=0 la elongación es nula, luego $0=0{,}02\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\begin{matrix}\frac{\pi}{2}rad\\ \frac{-\pi}{2}rad\end{matrix}$

La velocidad es $v(t)=\frac{dx(t)}{dt}=-A\,\omega\,sen(\omega t+\varphi_0)$. Si en t=0 la velocidad es positiva, el valor de fase inicial debe ser -π/2
La ecuación del movimiento es $x(t)=0{,}02\cos(1{,}5t-\frac{\pi}{2})[t\,en\,s, x\,en\,m]$
Si tomamos seno al ser x(t=0)=0 y ser su derivada positiva en t=0, el desfase sería nulo y sería $x(t)=0{,}02\,sen(1{,}5t)[t\,en\,s, x\,en\,m]$
b) Expresamos la energía cinética en función de la posición

$$E_c=\frac{1}{2}m v^2=\frac{1}{2}m\left(\omega\sqrt{A^2-x^2}\right)^2=\frac{1}{2}k\left(A^2-x^2\right)$$

$$\frac{2\cdot 0{,}30\cdot 10^{-3}}{4{,}5}=0{,}02^2-x^2\Rightarrow x=\pm\sqrt{0{,}02^2-\frac{2\cdot 0{,}30\cdot 10^{-3}}{4{,}5}}=\pm 0{,}016\,m$$

2016-Modelo

B. Pregunta 2.-

a) La velocidad de oscilación máxima es A·ω, luego $A=\frac{v_{máx}}{\omega}=\frac{5}{\frac{\pi}{2}}=\frac{10}{\pi}\,cm$

La fase inicial del movimiento está asociada a la ecuación x(t), que integrando / buscando la función que derivando nos de la velocidad es

$$x(t)=\frac{-10}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{3\pi}{2}\right)[x\,en\,cm, t\,en\,s]$$

Se podría responder que $\varphi_0=3\pi/2$ rad si en t=0 s la elongación es 0, lo que podría ser válido ya que no se indican condiciones iniciales en el enunciado.

Si asumimos que se pide la fase inicial asociada a la expresión habitual de x(t) con amplitud positiva, transformamos la expresión para que la amplitud sea positiva. Por trigonometría -cos(α)=cos(α -π), luego $x(t)=\frac{10}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{3\pi}{2}-\pi\right)=\frac{10}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{2}\right)[x\,en\,cm, t\,en\,s]$ y la fase inicial para que en t=0 se tenga elongación +A es $\varphi_0=\pi/2$ rad.

b) $E_c(t=1\,s)=\frac{1}{2}m v^2=\frac{1}{2}0{,}002\cdot\left(0{,}05\,sen\left(\frac{\pi}{2}\cdot 1+\frac{3\pi}{2}\right)\right)^2=0\,J$

Como la energía cinética en ese instante es nula, la energía potencial será máxima, y será igual a la energía cinética máxima, ya que la energía mecánica es constante e igual a la cinétia y potencial máximas.

$$E_p(t=1\,s)=E_{p\,máx}=E_{c\,máx}=E_m=\frac{1}{2}m v_{máx}^2=\frac{1}{2}0{,}002\cdot(0{,}05)^2=2{,}5\cdot 10^{-6}\,J$$

2015-Septiembre

B. Pregunta 2.-

a) Utilizamos las expresiones de la aceleración y la velocidad en función de la posición

$$a=-\omega^2 x\;\;;\;\; v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$$

Sustituimos para x=+0,06 m, calculando la frecuencia angular: $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{8}{0{,}5}}=\sqrt{16}=4\,rad/s$

$a=-4^2\cdot 0{,}06=-0{,}96\,m/s^2$ Se pide módulo $|a|=0{,}96\,m/s^2$

$v=\pm 4\sqrt{0{,}1^2-0{,}06^2}=\pm 0{,}32\,m/s$ Se pide módulo $|v|=0{,}32\,m/s$

b) Según el enunciado, x(t=0)=0 m y en sentido positivo, en ese instante la elongación aumenta. Obtenemos la ecuación de la elongación utilizando seno, con lo que la fase inicial será 0

$$x(t)=A\cdot sen(\omega t+\varphi_0)\Rightarrow x(t)=0{,}1\cdot sen(4\cdot t+\varphi_0)[x\,en\,m, t\,en\,s]$$

(El que la fase sea 0 se ve cualitativamente, aunque se puede razonar matemáticamente)

$$x(t)=A\cdot sen(\omega t+\varphi_0)\Rightarrow x(t=0)=0=0{,}1\cdot sen(4\cdot 0+\varphi_0)\Rightarrow 0=sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=0\,ó\,\pi\,rad$$

Como en t=0 la velocidad es positiva y utilizando seno para la posición, velocidad es coseno

$$v(t)=A\omega\cos(\omega t+\varphi_0)\Rightarrow v(t=0)=0{,}1\cdot 4\cdot\cos(4\cdot 0+\varphi_0)\Rightarrow tomamos\,\varphi_0=0\,rad\;para\,v(t=0)>0$$

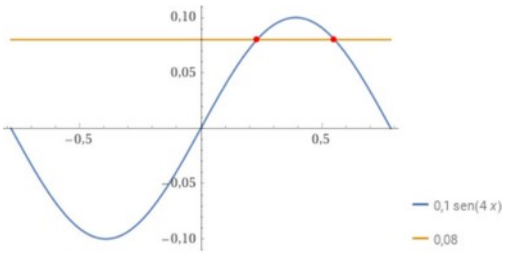
Igualamos la elongación a 0,08 m y calculamos el tiempo:

$$0{,}08=0{,}1\cdot sen(4t)\Rightarrow 4t=arcsen(0{,}08/0{,}1)\approx 0{,}927\,rad\Rightarrow t=0{,}927/4=0{,}232\,s$$

Si lo hubiésemos con coseno, sería $x(t)=0{,}1\cdot\cos(4\cdot t-\frac{\pi}{2})[x\,en\,m, t\,en\,s]$

Calculando el tiempo $0{,}08=0{,}1\cdot\cos(4t-\frac{\pi}{2})\Rightarrow t=\frac{arcos(\frac{0{,}08}{0{,}1})+\frac{\pi}{2}}{4}=0{,}55\,s$

Aunque usemos coseno en lugar de seno, el movimiento es el mismo y el instante no debe depender del mismo movimiento en el que ocurre por primera vez que x=0,08 m no depende de la función con la que lo representemos. El valor 0,55 s está asociado a la segunda vez, y no es el correcto. En el caso de coseno, cos(x)=cos(-x), por lo que



$$0,08=0,1\cdot\cos\left(-4t+\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t=\frac{-arcos\left(\frac{0,08}{0,1}\right)-\frac{\pi}{2}}{4}=0,232\,s$$

2015-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 2.-

a) Utilizando la ley de Hooke y teniendo en cuenta que la fuerza que lo estira es el peso de la masa asociado a la gravedad

$$|F|=K\,\Delta x\Rightarrow m\,g=K\,\Delta x$$

$$0,5\cdot 9,81=k\cdot 0,02\Rightarrow k=\frac{0,5\cdot 9,81}{0,02}=245,25\,N/m$$

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{245,25}{0,5}}\approx 22,15\,rad/s$$

b) La masa realiza un movimiento armónico simple, cuya elongación máxima es A=0,03 m (se dice que se estira hasta una longitud total de 20 cm, y en el equilibrio ya medía 17 cm, 15 de longitud del muelle y 2 que se estira al colocar la masa).

Tomamos como t=0 el instante en el que es liberado, y eje x positivo hacia abajo, por lo que en t=0 s la elongación será positiva e igual a la amplitud, por lo que utilizamos como función trigonométrica el coseno y así tendremos fase inicial cero.

$$x(t)=A\cdot\cos(\omega t+\phi_0)\Rightarrow x(t)=0,03\cdot\cos(22,15\,t)\,[x\,en\,m\,,t\,en\,s]$$

La mínima longitud del muelle en el movimiento estará asociada a la máxima compresión del muelle, que es igual a la amplitud, por lo que será la longitud asociada al equilibrio menos la amplitud. La longitud asociada al equilibrio incluye el estiramiento asociado a colocar la masa, por lo que longitu mínimca= l_0+0,02-A=0,15+0,02-0,03=0,14 m

2015-Junio

A. Pregunta 2.-

a) Utilizando la ley de Hooke y teniendo en cuenta que la fuerza que lo estira es el peso de la masa asociado a la gravedad en ese planeta

$$|F|=K\,\Delta x\Rightarrow m\,g=K\,\Delta x$$

$$0,050\cdot g=350\cdot(0,0525-0,05)\Rightarrow g=\frac{350\cdot 0,0025}{0,050}=17,5\,m/s^2$$

b) El muelle describirá un movimiento armónico simple, cuya amplitud serán 0,5 cm ($5\cdot10^{-3}$ m).

Tomamos como t=0 el instante en el que es liberado, y eje x positivo hacia abajo, por lo que en t=0 s la elongación será positiva e igual a la amplitud, por lo que utilizamos como función trigonométrica el coseno y así tendremos fase inicial cero.

La frecuencia angular de oscilación será $k=m\cdot\omega^2\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{350}{0,050}}=83,7\,rad/s$

La ecuación que describe el movimiento será $x=5\cdot10^{-3}\cdot\cos(83,7\,t)\,[x\,en\,m\,,t\,en\,s]$

2015-Modelo

A. Pregunta 2.-

a) $k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 3{,}16\, rad/s$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{3{,}16} \approx 2\, s$

Si el muelle está sin deformar, está en la posición de equilibrio, y en esa posición la velocidad es máxima y de módulo igual a A·ω, luego utilizando unidades de Sistema Internacional

$v_{máx} = A \cdot \omega \Rightarrow 0{,}158 = A \cdot 3{,}16 \Rightarrow A = \frac{0{,}158}{3{,}16} \approx 5 \cdot 10^{-2} m$

No se pide la expresión de la elongación en función del tiempo, pero si se pidiese, dado que en t=0 la elongación es 0, podríamos tomar como función seno (la elección es arbitraria), con lo que el desfase sería 0 ó π rad. Tomamos desfase π rad ya que la función seno es creciente para fase 0, pero se dice que el muelle se comprime inicialmente, luego la elongación está disminuyendo en t=0.

$x = 5 \cdot 10^{-2} \cdot sen(3{,}16\, t + \pi)[x\, en\, m, t\, en\, s]$

b) Según la ley de Hooke F=-kx, la fuerza será máxima en módulo cuando la elongación sea igual a la amplitud, luego $|F_{máx}| = k \cdot A = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-2} = 0{,}1\, N$

La energía potencial máxima está asociada a la posición donde el muelle tiene la máxima compresión o alargamiento $E_{p\,máx} = \frac{1}{2} k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-3} J$

2014-Septiembre

B. Pregunta 2.-

a) En la figura podemos ver que la elongación varía entre +8 m y -8 m, luego la amplitud es A=8 m. El movimiento oscilatorio se repite cada 60 s (podemos ver un máximo en 10 s y en 70 s, y un mínimo en 40 s y en 100 s. El periodo es T = 60 s

b) Para la expresión general de la elongación

$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ necesitamos conocer el valor de la fase inicial, ya que sí conocemos

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{30} rad/s$ y podemos llegar a la expresión

$x(t) = 8 \cdot \cos(\frac{\pi}{30} t + \varphi_0)[x\, en\, m, t\, en\, s]$

Vemos que x(t=0 s) = 4 m, luego sustituyendo

$4 = 8 \cdot \cos(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \arccos(1/2) = \frac{\pi}{3} rad\ ó - \frac{\pi}{3} rad$

Para elegir entre los dos valores, comprobamos la velocidad

$v(t) = \frac{-\pi}{30} 8 \cdot sen(\frac{\pi}{30} t + \varphi_0)[v\, en\, m/s, t\, en\, s]$

Vemos que v(t=0 s) es positiva (la pendiente de la gráfica), y sustituyendo

$v(t = 0\, s) = \frac{-\pi}{30} 8\, sen(\varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \frac{-\pi}{3} rad\, ,\ para\ que\ v(t = 0\, s) > 0$

La expresión final

$x(t) = 8 \cdot \cos(\frac{\pi}{30} t - \frac{\pi}{3})[x\, en\, m, t\, en\, s]$

2014-Junio-Coincidentes

B. Pregunta 2.-

a) La energía mecánica se conserva en un oscilador ideal, y coincide con la energía cinética máxima, que es precisamente la energía que tiene en la posición de equilibrio en la que x=0 y la velocidad es máxima $E_m = E_{cmáx} = \frac{1}{2} m v_{máx}^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}100 \cdot 4^2 = 0{,}8 J$

como se nos proporciona otra velocidad asociada a una posición, utilizamos la expresión de la velocidad en función de la elongación $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

Como queremos averiguar A, la relacionamos con ω: la velocidad máxima es ωA, luego podemos plantear que 4=ωA → ω=4/A

Si x=+0,40 m, v=2 m/s :

$$2=\frac{\pm 4}{A}\sqrt{A^2-0{,}4^2}\Rightarrow\frac{1}{2^2}=\frac{A^2-0{,}4^2}{A^2}=1-\frac{0{,}4^2}{A^2}\Rightarrow\frac{4}{3}=\frac{A^2}{0{,}4^2}\Rightarrow A=0{,}4\cdot\frac{2}{\sqrt{3}}\approx 0{,}462 m$$

b) $a=-\omega^2\cdot x=-(4/0{,}462)^2\cdot 0{,}4=-29{,}98\ m/s^2$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{4/A}=\frac{\pi\cdot 0{,}462}{2}\approx 0{,}726 s$$

2014-Junio

A. Pregunta 2.-

a) La energía mecánica máxima en un muelle ideal oscilando es igual a la energía cinética máxima, por lo que podemos plantear

$$E_m=E_{c\,máx}=\frac{1}{2}m v_{máx}^2\Rightarrow 0{,}3=\frac{1}{2}0{,}3\cdot v_{máx}^2\Rightarrow v_{máx}=\sqrt{2} m/s\approx 1{,}41 m/s$$

La velocidad máxima se alcanza en los puntos en los que la energía potencial es mínima, que es en la posición de equilibrio; se puede ver con la expresión $v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$ Como se pide posición medida respecto al extremo fijo del muelle, y el muelle en equilibrio tiene 25 cm, se alcanza cuando la masa está a 25 cm del extremo del muelle.

b) La máxima aceleración ocurrirá en los extremos de la oscilación, es decir cuando la elongación sea igual a la amplitud, ya que en un movimiento oscilatorio se cumple $a=-\omega^2 x$.

En el enunciado $K=0{,}2\frac{N}{\cancel{cm}}\cdot\frac{100\,\cancel{cm}}{1\,m}=20\,N/m$ y m=0,3 kg, con los que podemos calcular directamente la frecuencia angular $\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{\frac{20}{0{,}3}}\approx 8{,}16\,rad/s$, pero necesitamos calcular la x máxima.

La podemos calcular a partir de la energía

$$E_m=E_{p\,máx}=\frac{1}{2}K x_{máx}^2\Rightarrow 0{,}3=\frac{1}{2}0{,}2\cdot 100\cdot x_{máx}^2\Rightarrow x_{máx}=\sqrt{\frac{0{,}3}{10}}m\approx 0{,}17\ m$$

O bien con la velocidad máxima obtenida en el apartado anterior sabiendo que

$$v_{máx}=\omega x_{máx}\Rightarrow x_{máx}=\frac{v_{máx}}{\omega}\approx\frac{1{,}41}{8{,}16}\approx 0{,}17\ m$$

Operando

$$|a_{máx}|=\omega^2 x_{máx}=\frac{K}{m}x_{máx}\approx\frac{20}{0{,}3}\cdot 0{,}17=11{,}3 m/s^2$$

2013-Septiembre

B. Pregunta 2.-

a) Si el periodo de oscilación es de 2,5 s, tenemos que la frecuencia angular será $\omega=2\pi/T=2\pi/2{,}5=0{,}8\pi$ rad/s.

La velocidad máxima en módulo es $v_{máx}=A\omega$, luego la amplitud del movimiento será $A=v_{máx}/\omega=40/0{,}8\pi=15{,}9$ cm

b) Como tenemos que relacionar velocidad y posición, utilizamos la expresión $v=\pm\omega\sqrt{(A^2-x^2)}$

Sustituyendo el valor 10 cm/s en la expresión tenemos $100/(0{,}8\pi)^2=15{,}9^2-x^2$; x=15,39 cm. La velocidad tendría ese módulo a esa distancia del punto de equilibrio, tanto con x positiva como negativa, a ambos lados del punto de equilibrio a lo largo de su movimiento oscilatorio.

2013-Junio-Coincidentes

A. Pregunta 2.-

a) f_1= 1 Hz, $\omega_1=2\pi$ rad/s, $\omega_1^2=k/m$

Al añadir 0,3 kg al mismo muelle (misma k), tenemos f_2= 0,5 Hz, $\omega_2=\pi$ rad/s, $\omega_2^2=k/(m+0{,}3)$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, k y m.

$$(2\pi)^2=\frac{k}{m};\pi^2=\frac{k}{m+0{,}3}$$

Dividiendo la primera por la segunda

$$4=\frac{m+0,3}{m}=1+\frac{0,3}{m}\Rightarrow 3=\frac{0,3}{m}\Rightarrow m=0,1\,kg$$

Sustituyendo en la primera k = 0,4π² N/m

b) Si el periodo de oscilación se triplica, la frecuencia es la tercera parte.

Al añadir M al mismo muelle (misma k), tenemos f_3= 1/3 Hz, $\omega_3=2\pi/3$ rad/s, $\omega_3^2=k/(m+M)$

$$\left(\frac{2\pi}{3}\right)^2=\frac{0,4\cdot\pi^2}{0,1+M}\Rightarrow M=0,4\cdot\pi^2\cdot\left(\frac{3}{2\pi}\right)^2-0,1=0,8\,kg$$

2013-Junio

B. Pregunta 2.-

a) Utilizando la ley de Hooke F=Kx, siendo la fuerza el peso P=mg=0,05·9,8=0,49 N y la elongación 0,45-0,4=0,05 m. Despejamos K=0,49/0,05=9,8 N/m

Describirá un movimiento armónico simple, con amplitud 0,1 m, y frecuencia angular

$\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{\frac{9,8}{0,05}}=14\,rad/s$ (la expresión la podemos obtener igualando F=-kx=ma y a=-ω²x

Para describir el movimiento tomamos x=0 en la posición de equilibrio, y tomamos x=0,06 m en el instante inicial (valor positivo, el eje x está dirigido hacia abajo), con lo que la expresión general $x(t)=A\cdot\cos(\omega t+\varphi_0)$ en este caso es $x(t)=0,06\cdot\cos(14t)[x\,en\,m,t\,en\,s]$

(Si se toma eje x dirigido hacia arriba, x=-0,06 m en instante inicial, y tendríamos fase inicial. También tendríamos fase inicial si hubiéramos elegido seno en lugar de coseno)

b) Cuando pasa por el punto de equilibrio ascendiendo la velocidad es máxima y según el eje x elegido la velocidad será negativa, v=-Aω=-0,06·14 =-0,84 m/s

En el punto de equilibrio la aceleración es nula, ya que al ser un movimiento armónico a=-ω²x y en el equilibrio x=0.

2013-Modelo

A. Pregunta 2.-

a) F=-Kx=ma; a=-ω²x; $K=\omega^2 m\Rightarrow m=\frac{K}{\omega^2}=\frac{2\cdot10^4}{(2\cdot\pi\cdot50)^2}=0,203\,kg$

$T=\frac{1}{f}=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{K}{m}}$ El periodo no depende de lo grande que sea la elongación inicial, pero no se pregunta por elongación sino por la energía inicial con la que se estire el muelle. La energía inicial con la que se estira es energía potencial elástica $E_p=\frac{1}{2}K\,A^2$, por lo que se podría plantear $T=2\pi\sqrt{\frac{2E_p}{m\,A^2}}$. A medida que varía E_p, aumenta en la misma proporción A^2, por lo que realmente no hay dependencia.

b) La fuerza elástica es F=-Kx, luego será máxima para x=A=0,05 m. $|F|=2\cdot10^4\cdot0,05=1000\,N$

2012-Septiembre

A. Pregunta 1.-

a) El periodo está relacionado con la frecuencia y con la constante elástica, ya que ω=2π/T, y ω²=K/m, luego sustituyendo

K=ω²m=(2π/T)²·m=(2π/0,25)²·0,1=63,1 N/m

Para escribir la función matemática $x(t)=A\cdot\cos(\omega t+\varphi_0)$ calculamos

Frecuencia angular ω= 2π/T= 2π/0,25= 8π rad/s

Amplitud A: como la energía potencial elástica inicial es el valor máximo, podemos plantear

$$E_{pmáx}=\frac{1}{2}K\,A^2\Rightarrow A=\sqrt{2\frac{E_{pmáx}}{K}}=\sqrt{2\cdot\frac{2}{63,1}}=0,25\,m$$

Respecto a la fase inicial, si tomamos t=0 en el momento que comienza a oscilar, será nula ya que

hemos elegido como función trigonométrica el coseno.
La función es $x(t)=0{,}25\cdot\cos(8\pi t)(x\,en\,m, t\,en\,s)$

b) Si derivamos $v(t)=\frac{dx(t)}{dt}=-2\pi\,sen(8\pi t)(v\,en\,m/s, t\,en\,s)$

$$E_c(t)=\frac{1}{2}m\,v(t)^2\Rightarrow E_c(t=0{,}1\,s)=\frac{1}{2}0{,}1(-2\pi\,sen(8\pi\,0{,}1))^2=0{,}68\,J$$

2012-Modelo

A. Pregunta 2.-

$$T=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}=0{,}3\,s\Rightarrow\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0{,}3}=\frac{20\pi}{3}\,rad/s$$

$$x(t)=A\cdot\cos(\omega t+\varphi_0)=0{,}2\cos(\frac{20\pi}{3}t+\varphi_0)[x\,en\,m, t\,en\,s]$$

$$Como\ queremos\ que\ en\ t=0, x=0{,}1\ m$$

$$0{,}1=0{,}2\cos(\varphi_0); \varphi_0=\arccos(\frac{0{,}1}{0{,}2})=\frac{\pi}{3}\,ó-\frac{\pi}{3}$$

a)

$$v(t)=-A\,\omega\cdot sen(\omega t+\varphi_0)=\frac{-0{,}2\cdot 20\pi}{3}\cdot sen(\frac{20\pi}{3}t+\varphi_0)[v\,en\,m/s, t\,en\,s]$$

$$Como\ para\ t=0, la\ velocidad\ es\ positiva$$

$$v(t=1{,}2\,s)=-4\frac{\pi}{3}\cdot sen(\frac{20\pi}{3}1{,}2+\varphi_0)=-4\frac{\pi}{3}\cdot sen(8\pi+\varphi_0)=-4\frac{\pi}{3}\cdot sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\frac{-\pi}{3}$$

$$v(t=1{,}2\,s)=-4\frac{\pi}{3}\cdot sen(\frac{-\pi}{3})=3{,}63\,m/s$$

b) $E_{c_{máx}}=\frac{1}{2}m\,v_{máx}^2=\frac{1}{2}m(A\,\omega)^2=0{,}5\cdot 2\cdot(0{,}2\cdot 20\frac{\pi}{3})^2=17{,}55\,J$

2011-Septiembre

B. Cuestión 1.-

a) En un oscilador armónico la energía mecánica es $E_m=E_{c_{máx}}=E_{p_{máx}}=\frac{1}{2}k\,A^2=\frac{1}{2}m\,\omega^2\,A^2$

Para duplicar la energía mecánica asumimos que no se ha variado la m: se ha modificado frecuencia y/o amplitud.
Manteniendo constante la frecuencia, habrá aumentado la amplitud en un factor √2: cualitativamente se puede ver que la masa tiene más energía potencial elástica máxima.
Manteniendo constante la amplitud, habrá aumentado la frecuencia en un factor √2, y habrá disminuido el periodo: cualitativamente se puede ver que la masa tiene más energía cinética máxima, ya que debe recorrer la misma distancia en menos tiempo.
Si varían tanto amplitud como frecuencia, debe cumplirse que su producto aumente en un factor √2; podría incluso disminuir una de ellas si la otra aumentase lo suficiente.
b) Como el módulo de la velocidad máxima es Aω, aumentará en un factor √2
El periodo de oscilación es la inversa de la frecuencia de oscilación: su variación es la inversa de la comentada en el apartado a.

2011-Junio

A. Problema 1.-

a) $F_{máx}=m\cdot a_{máx}$; $a_{máx}= 6/1 = 6$ m/s²

$$a_{máx}=\omega^2\cdot x_{máx}; \omega=\sqrt{\frac{a_{máx}}{x_{máx}}}=\sqrt{\frac{6}{0{,}03}}=\sqrt{200}=14{,}14\,rad/s$$

$$\omega=2\frac{\pi}{T}; T=2\frac{\pi}{\omega}=0{,}44\,s$$

b) $W=-\Delta E_p=-(E_{p\,Final}-E_{p\,inicial})=-(0-(\frac{1}{2}K\,x_{máx}^2))$

Calculamos la constante elástica del muelle: $F_{máx}=K\cdot x_{máx}$; K=6/0,03=200 N/m

$W = 0{,}5 \cdot 200 \cdot (0{,}03)^2 = 0{,}09\, J$

Positivo porque es realizado por el muelle

c) $|v| = \omega \sqrt{(A^2 - x^2)} = 14{,}14 \cdot \sqrt{(0{,}03^2 - 0{,}01^2)} \approx 0{,}4\, m/s$

d) Utilizamos el mismo muelle, con la K conocida. La frecuencia de oscilación sería la misma que en caso a: aumentaría la fuerza inicial, pero en la misma proporción la amplitud. Podríamos plantear directamente $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ que daría el mismo resultado. Haciendo el desarrollo:

$F_{máx} = K \cdot x = 200 \cdot 0{,}05 = 10$ N

$a_{máx} = 10/1 = 10$ m/s²

$\omega = \sqrt{\frac{a_{máx}}{x_{máx}}} = \sqrt{\frac{10}{0{,}05}} = \sqrt{200} = 14{,}14\, rad/s\; ;\; f = \frac{\omega}{2\pi} = 2{,}25\, Hz$

2011-Modelo

A. Cuestión 1.-

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 5 = 10\pi\, rad/s$$

a) $\omega^2 = \frac{K}{m} \Rightarrow K = m\,\omega^2 = 0{,}25 \cdot (10\pi)^2 = 25\pi^2 = 246{,}74\, N/m$

b) $E = \frac{1}{2} K A^2 \Rightarrow A = \sqrt{2\frac{E}{K}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10}{246{,}74}} = 0{,}285\, m$

2010-Septiembre-Fase General

A. Cuestión 1.-

Solución 100% idéntica a 2009-Septiembre-Cuestión 2 y 2008-Septiembre-Cuestión 2.

2010-Septiembre-Fase Específica

A.Problema 2.-

a) Planteamos dos maneras de resolverlo, que son realmente idénticas, la segunda algo más simple

En la primera no se introduce explícitamente K, que no se menciona en enunciado

$$F_{máx} = m \cdot a_{máx};\;\; a_{máx} = A\,\omega^2;\;\; E = \frac{1}{2} m\,\omega^2 A^2$$

$$A^2 = \frac{2E}{m\,\omega^2} = \frac{2E}{\frac{F\,máx}{a_{máx}} \cdot \omega^2} = \frac{2E\,A\,\omega^2}{F_{máx}\,\omega^2} = \frac{2E\,A}{F_{máx}} \Rightarrow A = \frac{2E}{F_{máx}} = \frac{2 \cdot 0{,}02}{0{,}05} = 0{,}8\, m$$

En la segunda introducimos K, ya que todo MAS hay una constante recuperadora

$$|F| = K\,x \Rightarrow F_{máx} = K\,A;\;\; E = \frac{1}{2} K A^2$$

Despejamos K en una expresión y sustituimos en la segunda , despejando A

$$A^2 = \frac{2E}{K} = \frac{2E\,A}{F_{máx}} \Rightarrow A = \frac{2E}{F_{máx}} = \frac{2 \cdot 0{,}02}{0{,}05} = 0{,}8\, m$$

b) $m = \frac{F_{máx}}{a_{máx}} = \frac{F_{máx}}{A\,\omega^2} = \frac{F_{máx}}{A\left(2\frac{\pi}{T}\right)^2} = \frac{0{,}05}{0{,}8 \cdot \left(2\frac{\pi}{2}\right)^2} = 0{,}0063\, kg = 6{,}3\, g$

$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0) = 0{,}8\cos(\pi t + \phi_0)$

c) $x(t=0) = +A = A\cos(\phi_0) \Rightarrow \phi_0 = 0$

$x(t) = 0{,}8\cos(\pi t)\,[x\ en\ m\ ,\ t\ en\ s]$

d) $|v(x)| = \omega \sqrt{A^2 - x^2} = \pi \sqrt{0{,}8^2 - 0{,}2^2} = 2{,}43\, m/s$

2010-Junio-Coincidentes

A. Cuestión 1.-

a) $k = m\omega^2$

En la gráfica podemos ver que T=0,4 s, luego f=1/T=1/0,4 Hz, y $\omega = 2\pi f = 2\pi/0{,}4 = 5\pi$ rad/s

$k = 0{,}5 \cdot (5\pi)^2 = 123{,}37$ N/m

b) En la gráfica podemos ver que A= 5 cm = 0,05 m
Obtenemos la expresión de la elongación en función del tiempo
x(t)=Acos(ωt+φ) = 0,05cos(5πt); φ =0 ya que para t=0, x=+A
A partir de ella obtenemos E_p, E_c, y luego validamos que su suma es al E_m máxima

$$E_p=\frac{1}{2}k\,x^2=\frac{1}{2}k\,A^2\cos^2(\omega t+\varphi_0)=0{,}5\cdot 123{,}37\cdot 0{,}05^2\cos^2(5\pi\,0{,}25)=0{,}077\,J$$

$$E_c=\frac{1}{2}k\,(A^2-x^2)=\frac{1}{2}k\,A^2 sen^2(\omega t+\varphi_0);\; Ec(t=0{,}25\,s)=0{,}5\cdot 123{,}37\cdot 0{,}05^2 sen^2(5\pi\,0{,}25)=0{,}077\,J$$

$$E_m=E_c+E_p=E_{c\,máx}=E_{p\,máx}=\frac{1}{2}k\,A^2;\; 0{,}5\cdot 123{,}37\cdot 0{,}05^2=0{,}154\,J=0{,}077\,J+0{,}077\,J$$

2010-Junio-Fase General

A. Problema 1.-

a)
$$T=\frac{60}{10}=6\,s\,;\omega=\frac{2\pi}{T}=2\,\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}\,rad/s$$
$$K=m\,\omega^2=0{,}75\cdot\left(\frac{\pi}{3}\right)^2=0{,}82\,N/m$$
$$x(t)=A\cos(\omega t+\phi_0)=0{,}2\cos\left(\frac{\pi}{3}t+\phi_0\right)$$

b) *Tomamos x positivas en la dirección en la que se separa el bloque inicialmente*
$$x(t=0)=+A=A\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=0$$
$$x(t)=0{,}2\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)[x\,en\,m\,,t\,en\,s]$$
$$x(t=30\,s)=0{,}2\cos\left(\frac{\pi}{3}30\right)=0{,}2\cos(10\pi)=0{,}2\,m$$

c) $$v(t)=-A\,\omega\,sen(\omega t+\varphi_0)=-0{,}2\,\frac{\pi}{3}\,sen\left(\frac{\pi}{3}t\right)[v\,en\,m/s\,,t\,en\,s]$$
$$v(t=30\,s)=-0{,}2\,\frac{\pi}{3}\,sen\left(\frac{\pi}{3}30\right)=-0{,}2\,\frac{\pi}{3}\,sen(10\pi)=0\,m/s$$

d) $$E_{p_{máx}}=E_{c_{máx}}=\frac{1}{2}K\,A^2=0{,}5\cdot 0{,}82\cdot 0{,}2^2=0{,}0164\,J$$

2010-Junio-Fase Específica

B. Cuestión 1.-

a) $$f_2=\frac{f_1}{2}\Rightarrow\frac{1}{T_2}=\frac{\frac{1}{T_1}}{2}\Rightarrow T_2=2\,T_1$$

Como f = 1/T, si la frecuencia se reduce a la mitad, el periodo se duplica

b) $v_{2\,máx}=A\,\omega_{2\,máx}=A\,\frac{1}{2}\omega_{1\,máx}=\frac{1}{2}v_{1\,máx}$ Se reduce a la mitad

c) $a_{2\,máx}=A\,\omega^2_{2\,máx}=A\,\frac{1}{2^2}\omega^2_{1\,máx}=\frac{1}{4}a_{1\,máx}$ Se reduce a la cuarta parte

d) $E_{2\,máx}=\frac{1}{2}m\,A^2\,\omega^2_{2\,máx}=\frac{1}{2}m\,A^2\,\frac{1}{2^2}\omega^2_{1\,máx}=\frac{1}{4}E_{1\,máx}$ Se reduce a la cuarta parte

2010-Modelo

A. Cuestión 1.-

a) $$K=m\,\omega^2=m\left(2\,\frac{\pi}{T}\right)^2=0{,}2\cdot\left(2\,\frac{\pi}{0{,}25}\right)^2=12{,}8\,\pi^2=126{,}33\,N/m$$

b) $$E=\frac{1}{2}K\,A^2\Rightarrow A=\sqrt{\frac{2\,E}{K}}=\sqrt{\frac{2\cdot 8}{126{,}33}}=0{,}36\,m$$

2009-Septiembre

Cuestión 2.-

Solución 100% idéntica a 2008-Septiembre-Cuestión 2.

2009-Junio

A. Problema 1.-

$A = 0{,}1\ m$ *ya que tiene velocidad* 0 *en los puntos de elongación máxima*

a) $$K = m\omega^2 = m\left(2\frac{\pi}{T}\right)^2 = 0{,}1\cdot\left(2\frac{\pi}{1{,}5}\right)^2 = 1{,}75\ N/m$$

$F = -K\,x$, *y en* $t = 0$ x *es máxima y la fuerza también luego*

$F = -K\,A = -1{,}75\cdot 0{,}1 = -0{,}175\ N$ (*dirigida hacia x negativas ya que es recuperadora*)

b) $$E_m = \frac{1}{2}K\,A^2 = 0{,}5\cdot 1{,}75\cdot(0{,}1)^2 = 8{,}75\cdot 10^{-3}\ J$$

c) $$|v_{máx}| = A\,\omega = 0{,}1\cdot 2\frac{\pi}{1{,}5} = 0{,}42\ m/s$$

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0) = 0{,}1\cos\left(2\frac{\pi}{1{,}5}t + \varphi_0\right)$$

d) $$x(t=0) = A \Rightarrow \varphi_0$$

$$x(t) = 0{,}1\cos\left(\frac{4}{3}\pi t\right)[x\ en\ m, t\ en\ s]$$

2009-Modelo

Problema 1.-

a) Según la figura, $E_{p\,máx} = 0{,}1$ J y $A = 0{,}05$ m

$$E_{p\,máx} = \frac{1}{2}K\,A^2 \Rightarrow K = \frac{2\,E_{p\,máx}}{A^2} = \frac{2\cdot 0{,}1}{0{,}05^2} = 80\ N/m$$

b) $$|a_{máx}| = A\,\omega^2 = A\frac{K}{m} = \frac{0{,}05\cdot 80}{0{,}2} = 20\ m/s^2$$

c) Podemos utilizar la expresión de v en función de x, o utilizar la conservación de energía para restar a la energía total la potencial y obtener la cinética, llegando en ambos casos a

$$E_c = \frac{1}{2}m\,v^2 = \frac{1}{2}m\,\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}K(A^2 - x^2) = 0{,}5\cdot 80\cdot(0{,}05^2 - 0{,}023^2) = 0{,}079\ J$$

$$v(x) = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

d) $$v = \frac{1}{4}v_{máx} = \frac{1}{4}A\,\omega \Rightarrow \frac{1}{4}A\,\omega = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} \Rightarrow \frac{A^2}{4^2} = A^2 - x^2\,;\ x^2 = A^2\left(1 - \frac{1}{16}\right)$$

$$x = \pm A\sqrt{\frac{15}{16}} = \pm 0{,}05\sqrt{\frac{15}{16}} = \pm 0{,}048 = \pm 4{,}8\ cm$$

2008-Septiembre

Cuestión 2.-

$$T = 2\ s \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad/s$$

a) $$x(t) = A\cos(\omega t + \phi_0) = 0{,}1\cos(\pi t + \phi_0)[x\ en\ m, t\ en\ s]$$

$$v(t) = -A\,\omega\,sen(\omega t + \phi_0) = -0{,}1\,\pi\,sen(\pi t + \phi_0)[v\ en\ m/s, t\ en\ s]$$

Como queremos que en $t = 0$, $v = 0$, *entonces* $\phi_0 = 0$ *ó* $\pi\ rad$

Para que la elongación sea positiva en $t = 0$, *tomamos* $\phi_0 = 0$

La expresión matemática que representa la elongación en función del tiempo queda

$$x(t) = 0{,}1\cos(\pi t)[x\ en\ m, t\ en\ s]$$

b) $$v(t) = -A\,\omega\,sen(\omega t + \phi_0) = -0{,}1\,\pi\,sen(\pi t)[v\ en\ m/s, t\ en\ s]$$

$$v(t = 0{,}25\ s) = -0{,}1\,\pi\,sen(\pi\,0{,}25) = -0{,}22\ m/s$$

$$a(t) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi_0) = -\pi^2\cdot 0{,}1\,sen(\pi t)[a\ en\ m/s^2, t\ en\ s]$$

$$a(t = 0{,}25\ s) = -\pi^2\cdot 0{,}1\cos(0{,}25t) = -0{,}7\ m/s^2$$

2008-Junio

Cuestión 1.-

a) $\frac{v_{máx_1}}{v_{máx_2}}=\frac{A_1\omega_1}{A_2\omega_2}=\frac{X\sqrt{\frac{k}{m}}}{2X\sqrt{\frac{k}{m}}}=\frac{1}{2}$ (ω sólo depende de k y m, no depende de la amplitud)

b) $\frac{E_{m_1}}{E_{m_2}}=\frac{\frac{1}{2}kA_1^2}{\frac{1}{2}kA_2^2}=\frac{X^2}{(2X)^2}=\frac{1}{4}$

2007-Junio
Cuestión 2.-

a) $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{3,3}=0,3\,s$

$K=m\,\omega^2=m(2\pi f)^2=2,5(2\cdot\pi\cdot3,3)^2=1075\,N/m$

b) $v_{máx}=A\,\omega=A\,2\pi f=0,05\cdot2\pi\,3,3=1,04\,m/s$

$a_{máx}=A\,\omega^2=A(2\pi f)^2=0,05\cdot(2\pi\,3,3)^2=21,5\,m/s^2$

2006-Septiembre
Cuestión 2.-

a) Si la distancia que recorre en cada ciclo son 16 cm, la amplitud es la cuarta parte, 4 cm.

$a_{máx}=A\,\omega^2\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{a_{máx}}{A}}=\sqrt{\frac{48}{0,04}}=34,64\,rad/s$

$\omega=2\pi f\Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{34,64}{2\pi}=5,51\,Hz\,;\,T=\frac{1}{f}=\frac{1}{5,51}=0,18\,s$

b) $v_{máx}=A\,\omega=0,04\cdot34,64=1,39\,m/s$

2006-Junio
B. Problema 2.-

a) $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{65}{0,15}}=20,81\,rad/s$

$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}=\pm20,81\sqrt{0,0025-x^2}\,[v\,en\,m/s\,,\,x\,en\,m]$

b) Cuando la velocidad de oscilación es nula, la elongación es máxima

$E_p(x=A)=\frac{1}{2}kA^2=0,5\cdot65\cdot0,05^2=0,081\,J$

c) Cuando la velocidad de oscilación es máxima, la elongación es nula. Podemos calcular la energía cinética, pero como en un oscilador la energía se conserva, el resultado será el mismo que en el apartado b, ya que antes toda la energía era potencial, y ahora toda la energía es cinética.

$E_c(x=0)=\frac{1}{2}mv_{máx}^2=0,5\cdot0,15\cdot(0,05\cdot20,81)^2=0,081\,J$

d) Como la energía mecánica se conserva y conocemos la energía mecánica total de apartados a y b, nos basta con calcular la E_p asociada a esa aceleración y luego podemos calcular la E_c restando.

$a=-\omega^2x\Rightarrow x=\frac{-a}{\omega^2}$

$E_p=\frac{1}{2}kx^2=0,5\cdot65\cdot\left(\frac{-13}{(20,81)^2}\right)^2=0,029\,J$

$E_c=E_{m\,total}-E_p=0,081-0,029=0,052\,J$

2006-Modelo
B. Problema 1.-

a) $|F|=kx\Rightarrow k=\frac{F}{x}=\frac{0,75}{0,025}=30\,N/m$

$$A=0{,}3\,m\,;\,\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{30}{1{,}5}}=4{,}47\,rad/s$$

b) $$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)=0{,}3\cos(4{,}47t+\varphi_0)$$
$$x(t=0\,s)=A=0{,}3\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=0$$
$$x(t)=0{,}3\cos(4{,}47t)\,[x\,en\,m\,,t\,en\,s]$$

c) $$v_{máx}=A\,\omega=0{,}3\cdot4{,}47=1{,}34\,m/s$$
$$a_{máx}=A\,\omega^2=0{,}3\cdot(4{,}47)^2=5{,}99\,m/s^2$$

d) $$E_p=\frac{1}{2}k\,x^2=0{,}5\cdot30\cdot0{,}15^2=0{,}34\,J$$
$$E_c=E_{m\,máx}-E_p=\frac{1}{2}k\,A^2-\frac{1}{2}k\,x^2=0{,}5\cdot30\cdot0{,}3^2-0{,}34=1{,}01\,J$$

2005-Septiembre

Cuestión 1.-

a) Como F = -k x, representando F frente a x tendremos unas líneas rectas en las que a mayor valor absoluto de k tendrán mayor pendiente, por lo que viendo la gráfica deducimos que $k_1 > k_2$. Por lo tanto es el muelle 1 el que tiene mayor constante elástica.

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{2\frac{\pi}{\omega_1}}{2\frac{\pi}{\omega_2}}=\frac{\omega_2}{\omega_1}=\frac{\sqrt{\frac{k_2}{m_2}}}{\sqrt{\frac{k_1}{m_1}}}=\sqrt{\frac{k_2\,m_1}{k_1\,m_2}}=\sqrt{\frac{k_2}{k_1}}\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$$

b) $$Como\,k_1>k_2\Rightarrow\sqrt{\frac{k_2}{k_1}}<1$$
$$Como\,m_1<m_2\Rightarrow\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}<1$$
$$Por\,lo\,tanto\,\frac{T_1}{T_2}<1\;y\;T_2>T_1$$

2005-Modelo

A. Problema 1.-

$$a=-\omega^2 x\Rightarrow\omega^2=9\pi^2\,;\,\omega=3\pi\,rad/s$$

a) $$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{3\pi}=\frac{2}{3}=0{,}67\,s$$
$$K=m\,\omega^2=0{,}1\cdot(3\pi)^2=0{,}9\pi^2=8{,}88\,N/m$$
$$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)=3\cos(3\pi t+\varphi_0)$$

Podríamos razonar que para $t=0$, $x=A$ y que así la fuerza recuperadora es máxima con lo que podríamos deducir que $\varphi_0=0$, pero utilizando enunciado con aceleración

b) $$a(t)=\frac{d^2}{dt}x(t)=-A\,\omega^2\cos(3\pi t+\varphi_0)=-\omega^2 x(t)$$
$$Si\,x>0, a(t=0)=-A\,\omega^2\Rightarrow\varphi_0=0$$
$$x(t)=3\cos(3\pi t)\,[x\,en\,m\,,t\,en\,s]$$

c) $$|v|=\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow\left|v\left(x=\frac{3}{2}\right)\right|=3\pi\sqrt{3^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=24{,}5\,m/s$$
$$|a|=\omega^2 x=\frac{K}{m}x=\frac{8{,}88\cdot3}{0{,}1\cdot2}=133\,m/s^2$$

d) El punto donde la velocidad es máxima es el punto de equilibrio (x=0), punto en el que la energía potencial será nula y la energía cinética será igual a la energía mecánica máxima

$$E_c(x=0)=E_{m\,máx}=\frac{1}{2}m\,v_{máx}^2=\frac{1}{2}K\,A^2=0{,}5\cdot 8{,}88\cdot 3^2=40\,J$$

2004-Junio

Cuestión 1.-

a)

$$Fuerza\,elástica\,|F|=k\,d$$
$$Fuerza\,gravitatoria\,|F|=mg$$
$$Igualando\,ambas\;k\,d=m\,g\Rightarrow\frac{d}{g}=\frac{m}{k}:depende\,de\,la\,masa\,y\,la\,consante\,elástica\,del\,muelle$$
$$k=m\,\omega^2\Rightarrow\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

b) $$T=\frac{2\pi}{\omega}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{0{,}05}{9{,}81}}=0{,}45\,s$$

2004-Modelo

B. Problema 1.-

$$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)=0{,}06\cos(\omega t+\varphi_0)$$
$$x(t=0)=0{,}03=0{,}06\cos(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0=\arccos(\frac{0{,}03}{0{,}06})=\frac{-\pi}{3}\,ó\,\frac{\pi}{3}\,rad$$
$$x(t=1)=0{,}06=0{,}06\cos(\omega\pm\frac{\pi}{3})\Rightarrow\cos(\omega\pm\frac{\pi}{3})=1$$
$$Tenemos\,dos\,opciones\,,\,entre\,las\,que\,hay\,que\,elegir\,una:$$

a)
$$A:\omega=\frac{\pi}{3}\,rad/s\;y\;\varphi_0=\frac{-\pi}{3}\,rad$$
$$B:\omega=5\frac{\pi}{3}\,rad/s\;y\;\varphi_0=\frac{\pi}{3}\,rad$$

$$Utilizamos\,dato\,enunciado:en\,t=0\,el\,sentido\,de\,desplazamiento\,(velocidad)\,es\,positivo$$
$$v(t)=-A\,\omega\,sen(\omega t+\varphi_0)=0{,}06\cos(\omega t+\varphi_0)$$
$$v(t=0)=-A\,\omega\,sen(\varphi_0)\Rightarrow\varphi_0\,debe\,ser\,negativo\;para\,que\,v\,sea\,positiva$$
$$Fase\,inicial=\varphi_0=\frac{-\pi}{3}\,rad$$

$$Frecuencia=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{\pi}{2\cdot 3\pi}=\frac{1}{6}=0{,}17\,Hz$$

b) $$x(t)=0{,}06\cos(\frac{\pi}{3}t-\frac{\pi}{3})[\,x\,en\,m\,,\,t\,en\,s\,]$$

c) Velocidad máxima en punto de equilibrio, x=0:

$$v_{máx}=A\,\omega=\frac{0{,}06\cdot\pi}{3}=0{,}02\,\pi=0{,}063\,m/s$$

Aceleración máxima en puntos de amplitud máxima (x=-A y x=A):

$$a_{máx}=A\,\omega^2=0{,}06\cdot(\frac{\pi}{3})^2=0{,}02\,\pi=0{,}066\,m/s^2$$

d)
$$F(t)=m\,a(t)=m(-\omega^2\,x(t))=-m\,\omega^2\,A\cos(\omega t+\varphi_0)$$
$$F(t=1\,s)=-0{,}005\cdot(\frac{\pi}{3})^2\cdot 0{,}06\cos(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{3})=3{,}3\cdot 10^{-4}\,N$$

$$E_m=\frac{1}{2}k\,A^2=\frac{1}{2}m\,\omega^2\,A^2=0{,}5\cdot 0{,}005\cdot(\frac{\pi}{3})^2\cdot(0{,}06)^2=9{,}87\cdot 10^{-6}\,J$$

2003-Junio

B. Problema 1.-

a) $$F=-Kx=-35\cdot 0{,}01=-0{,}35\,N$$

b) $$a=\frac{F}{m}=\frac{-0{,}35}{0{,}05}=-7\,m/s^2$$

c) Se pide la energía potencial elástica del sistema en esa posición, no la máxima

$$E_p=\frac{1}{2}K\,x^2=0{,}5\cdot 35\cdot(0{,}01)^2=1{,}75\cdot 10^{-3}\,J$$

d) La velocidad en esa posición puede ser tanto positiva como negativa

$$v=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}=\pm\sqrt{\frac{K}{m}}\sqrt{A^2-x^2}=\pm\sqrt{\frac{35}{0{,}05}}\sqrt{0{,}04^2-0{,}01^2}=\pm 1{,}02\,m/s$$

2003-Modelo

Cuestión 2.-

$$x(t)=A\cos(\omega t+\phi_0)$$

a) $$A=0{,}5\,m\,;\,\omega=4\,rad/s\,;\,f=\frac{\omega}{2\pi}=0{,}637\,Hz\,;\,\phi_0=0{,}1\,rad$$

$$x(t=20\,s)=0{,}5\cos(0{,}4\cdot 20+0{,}1)=-0{,}12\,m$$

b) Energía cinética máxima en punto de equilibrio, x=0:

$$E_{c\,máx}=\frac{1}{2}m v_{máx}^2=\frac{1}{2}m\,A^2\,\omega^2=0{,}5\cdot 0{,}003\cdot 0{,}5^2\cdot 0{,}4^2=6\cdot 10^{-5}\,J$$

Energía cinética mínima en en puntos de amplitud máxima (x=-A y x=A), donde es nula.

$$a_{máx}=A\,\omega^2=0{,}06\cdot\left(\frac{\pi}{3}\right)^2=0{,}02\,\pi=0{,}066\,m/s^2$$

2002-Junio

B. Problema 1.-

$$x(t)=A\cos(\omega t+\phi_0)$$

a) $$A=0{,}05\,m\,;\,\omega=\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{\frac{10}{2}}=\sqrt{5}=2{,}24\,rad/s$$

$$x(t=0)=-A=A\cos(\phi_0)\Rightarrow\phi_0=\pi\,rad$$

$$x(t)=0{,}05\cos(\sqrt{5}\,t+\pi)\,[x\,en\,m\,,\,t\,en\,s]$$

b) $$|v|=\omega\sqrt{A^2-x^2}\Rightarrow|v(x=0{,}02)|=\sqrt{5}\sqrt{0{,}05^2-0{,}02^2}=0{,}102\,m/s$$

$$|a|=\omega^2 x\Rightarrow|a(x=0{,}02)|=5\cdot 0{,}02=0{,}1\,m/s^2$$

$F=-K\,x$; *tenemos dos extremos*

c) $$x=A\Rightarrow F=-10\cdot 0{,}05=-0{,}5\,N$$

$$x=-A\Rightarrow F=-10\cdot(-0{,}05)=0{,}5\,N$$

d) $$E_m=\frac{1}{2}K\,A^2=0{,}5\cdot 10\cdot 0{,}05^2=0{,}0125\,J$$

2002-Modelo

B. Problema 1.-

$$x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)=A\cos(8t+\varphi_0)$$

$$x(t=0)=0{,}04=A\cos(\varphi_0)$$

$$v(t)=-A\,\omega\,sen(\omega t+\varphi_0)=-A\,8\,sen(8t+\varphi_0)$$

$$v(t=0)=-0{,}2=-A\,8\,sen(\varphi_0)$$

a) *Dividimos ambas expresiones*

$$\frac{-0{,}2}{0{,}04}=-A\frac{8}{A}\frac{sen(\varphi_0)}{\cos(\varphi_0)}\Rightarrow 0{,}625=\tan(\varphi_0)\,;\,\varphi_0=\arctan(0{,}625)=0{,}56\,rad$$

$$A=\frac{0{,}04}{\cos(0{,}56)}\approx 0{,}05\,m$$

$$K=m\,\omega^2=0{,}2\cdot 8^2=12{,}8\,N/m$$

b) $$E_m=\frac{1}{2}K\,A^2=0{,}5\cdot 12{,}8\cdot 0{,}05^2=1{,}6\cdot 10^{-2}\,J$$

2001-Septiembre

Cuestión 2.-

a) $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{T} = 2\pi\, Hz$

Utilizamos función coseno, la elección es arbitraria $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

Lo planteamos de varias maneras:

- Planteamiento cinético

Usamos los datos de elongación y velocidad en t=0 del enunciado

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow 0,70 = A\cos(\varphi_0)$

$v(t) = -A\omega\, sen(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow 4,39 = -A\omega\, sen(\varphi_0)$

Sustituyendo el valor de ω y dividiendo la segunda entre la primera

$$\frac{4,39}{0,70} = \frac{-A\,2\pi\, sen(\varphi_0)}{A\cos(\varphi_0)} \Rightarrow \frac{-4,39}{0,70\cdot 2\cdot\pi} = \tan(\varphi_0) \Rightarrow \begin{matrix} \varphi_0 = -0,784\, rad \\ \varphi_0 = -0,784 + \pi = 2,36\, rad \end{matrix}$$

La amplitud debe ser positiva: si φ_0=-0,784 rad tenemos $0,70 = A\cos(-0,784) \Rightarrow A = 0,989\, cm$

Con el otro valor de fase inicial la amplitud hubiera sido negativa y no sería válido.

- Planteamiento energético

En t=0 calculamos la E_p y E_c, y dejamos E_p en función de m ya que $K=m\omega^2$

$$E_p = \frac{1}{2}K x^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2}m(2\pi)^2 0,007^2$$

$$E_c = \frac{1}{2}m v^2 = \frac{1}{2}m(0,0439)^2$$

Sabemos que la suma de Ep y Ec es constante, es la $E_{pmáx}=E_{cmáx}$

$$E_p + E_c = E_{pmáx} = \frac{1}{2}K A^2$$

$$\frac{1}{2}m(2\pi)^2(0,007)^2 + \frac{1}{2}m(0,0439)^2 = \frac{1}{2}m(2\pi)^2 A^2$$

$$(2\pi)^2(0,007)^2 + (0,0439)^2 = (2\pi)^2 A^2$$

$$A = \sqrt{\frac{(2\pi)^2(0,007)^2 + (0,0439)^2}{(2\pi)^2}} = 0,00989\, m = 0,989\, cm$$

Para calcular la fase inicial utilizamos la función coseno, elección arbitraria

$$x(t) = 0,989\cos(2\pi t + \varphi_0)\,[x\ en\ cm\ ,\ t\ en\ s]$$

$$x(t=0) = 0,7 = 0,989\cos(\varphi_0) \Rightarrow \begin{matrix} \varphi_0 = 0,784\, rad \\ \varphi_0 = -0,784\, rad \end{matrix}$$

Para elegir entre las dos opciones usamos el dato de que la velocidad es positiva

$v(t) = -A\omega\, sen(\omega t + \varphi_0)$ Si φ_0=-0,784 rad tenemos v= -0,989·2π·sen(-0,784) positivo.

b) La aceleración máxima se puede obtener derivando x(t) respecto al tiempo 2 veces, y comprobar que en valor absoluto es $a_{máx}=A\omega^2 = 0,989\cdot(2\pi)^2 = 39,04$ cm/s^2

La aceleración es un vector; la dirección de movimiento es la de oscilación (eje x) y el sentido viene determinado por la expresión general de un movimiento armónico simple $a=-\omega^2 x$, que indica que la aceleración tiene signo opuesto a la posición y está asociada a una fuerza recuperadora.

2001-Junio

Cuestión 2.-

a) Combinando la ley de Hooke y la segunda ley de Newton, F=-kx=ma, luego $a = \frac{-k}{m}x$

expresión que es asociable a un movimiento armónico simple con $a=-\omega^2 x$, siendo

$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$. El periodo de oscilación T está relacionado con ω, ya que

$\omega = 2\pi f = 2\pi\frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$, y por lo tanto $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

b) En un movimiento armónico simple la posición viene definida por una función sinusoidal: elegimos coseno y fase inicial cero. $x(t)=A\cos(\omega t)$
La velocidad la obtenemos derivando respecto al tiempo, $v(t)=-A\omega sen(\omega t)$

$$E_c=\frac{1}{2}m v^2=\frac{1}{2}m A^2\omega^2 sen^2(\omega t)$$

La energía potencial elástica viene dada por la expresión $E_p=\frac{1}{2}k x^2=\frac{1}{2}m\omega^2 A^2\cos^2(\omega t)$
Como se nos pide la expresión en función de la elongación $x(t)=A\cos(\omega t)$, utilizando propiedades trigonométricas $1=\cos^2(y)+sen^2(y)$ podemos escribir

$$E_c=\frac{1}{2}m A^2\omega^2(1-x^2) \qquad E_p=\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 x^2$$

Si sumamos ambas expresiones

$$E_{total}=E_c+E_p=\frac{1}{2}m A^2\omega^2=\frac{1}{2}K A^2=\frac{1}{2}m v_{máx}^2$$

2000-Septiembre

B. Problema 1.-

a) Para un muelle tenemos $k=\omega^2 m$
En el segundo oscilador, al tener un muelle idéntico al primero, tiene la misma constante elástica, luego podemos plantear

$$k_1=k_2\Rightarrow>\omega_1^2 m_1=\omega_2^2 m_2$$

Como $\omega=2\pi f$ *, si se duplica* ω *se duplica igualmente* f *, y podemos escribir*

$$f_1^2 m_1=f_2^2 m_2$$

$$Como\ f_2=2\cdot f_1\Rightarrow f_1^2 m_1=(2f_1)^2 m_2\Rightarrow m_2=\frac{1}{4}m_1$$

En el segundo oscilador la masa debe ser 4 veces menor que en el primero
b) Calculamos la constante elástica, que es la misma en ambos muelles:

$$k_1=k_2=\omega_1^2 m_1=\left(\frac{2\pi}{2}\right)^2\cdot 0{,}04=0{,}395\ N/m$$

La energía potencial es igual para el primer y segundo oscilador al compartir k y A.

$$E_{pmáx}=\frac{1}{2}K A^2=\frac{1}{2}\cdot 0{,}395\cdot 0{,}1^2=1{,}98\cdot 10^{-3}\ J$$

La energía cinética es distinta al tener cada oscilador una masa distinta
Para el primer oscilador

$$E_{cmáx1}=E_{pmáx}=\frac{1}{2}m_1 v_{máx}^2\ ;\ 1{,}98\cdot 10^{-3}=\frac{1}{2}\cdot 0{,}04\cdot v_{máx}^2\Rightarrow v_{máx}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}98\cdot 10^{-3}}{0{,}04}}=0{,}315\ m/s$$

Para el segundo oscilador

$$E_{cmáx2}=E_{pmáx}=\frac{1}{2}m_2 v_{máx}^2\ ;\ 1{,}98\cdot 10^{-3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{0{,}04}{4}\cdot v_{máx}^2\Rightarrow v_{máx}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}98\cdot 10^{-3}}{0{,}01}}=0{,}629\ m/s$$